

Предмет	Математика (базовый уровень), ЕГЭ 2023
Задание	12
Тема	Решение планиметрических задач
Уровень сложности	Базовый

В качестве задания 12 ЕГЭ по математике (базовый уровень) предлагаются задачи по планиметрии на следующие темы: решение прямоугольного треугольника; решение равнобедренного треугольника; треугольники общего вида; параллелограмм, квадрат, прямоугольник, ромб, трапеция; центральные и вписанные углы; окружность, касательная, хорда, секущая; вписанные и описанные окружности.

Важно:

– знать теорему Пифагора; определение тригонометрических функций острого угла прямоугольного треугольника; уметь использовать значение тригонометрических функций для углов 30° , 45° , 60° . Применять формулы площади треугольника: $S = \frac{1}{2}ah$, $S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \alpha$, $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (формула Герона); формулы площади параллелограмма: $S = ah$, $S = ab \cdot \sin \alpha$; формулу площади ромба: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$; формулу площади трапеции: $S = \frac{a+b}{2}h$; формулы для нахождения радиуса r вписанной окружности: $S = pr$, где p – полупериметр многоугольника, R описанной окружности: $S = \frac{abc}{4R}$; $\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$;

– уметь находить углы, связанные с окружностью; знать свойства вписанного и описанного четырёхугольника; знать свойство средней линии треугольника и трапеции, теорему синусов и косинусов.

Остальные формулы и свойства нужно **выучить** или **уметь выводить!**

Пример 1.

В ромбе ABCD $AB = 2$, $AC = \sqrt{7}$. Найдите синус угла BAC.

Решение. Пусть O – точка пересечения диагоналей ромба. Найдём BO по теореме Пифагора:

$$BO = \sqrt{4 - \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \frac{3}{2} = 1,5. \text{ Найдём } \sin BAC = \frac{BO}{BA} = \frac{1,5}{2} = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

Пример 2.

Основания трапеции равны 8 и 16, боковая сторона, равная 6, образует с одним из оснований трапеции угол 150° . Найдите площадь трапеции.

Решение. Угол 150° образуют боковая сторона и одно из оснований, тогда с другим основанием эта сторона образует угол 30° . Проведём высоту трапеции из вершины угла 150° и рассмотрим полученный прямоугольный треугольник. Из определения синуса острого угла прямоугольного треугольника получаем: $h = 6 \cdot \sin 30^\circ = 6 \cdot 0,5 = 3$. По формуле площади трапеции находим $S = \frac{8+16}{2} \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36$.

Ответ: 36.

Пример 3. Найдите хорду, на которую опирается угол 120° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.

Решение. По следствию из теоремы синусов

$$\frac{a}{\sin \angle A} = 2R, a = 2R \cdot \sin \angle A, a = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

Ответ: 3.

Пример 4. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{1}{5}$ окружности. Ответ дайте в градусах.

Решение. Вписанный угол равен половине дуги, на которую опирается. Следовательно,

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 360^\circ = 36^\circ$$

Ответ: 36.

Важно!

К контрольным измерительным материалам прилагаются справочные материалы, с ними уже необходимо ознакомиться, чтобы быстро находить необходимую информацию для решения задач и чтобы понять, к какой информации будет доступ на экзамене, а какую нужно запомнить. Сверяйте правильность записанных формул, даже если их знаете. Если задача не решается, попробуйте ещё раз просмотреть справочные материалы, вдруг вы что-то забыли.